LA ARTICULACIÓN DE LOS REGISTROS GRÁFICO, ANALÍTICO Y DE LA LENGUA NATURAL*

Ana Guadalupe del Castillo Bojórquez
Departamento de Matemáticas
Universidad de Sonora

Resumen

Este trabajo tiene como propósito el aportar elementos teóricos que sean de utilidad para el diseño de secuencias didácticas que busquen favorecer la articulación de los registros gráfico, analítico y de la lengua natural, al estudiar funciones de valores reales y variable real. Para tal efecto se presenta una tabla, no exhaustiva, con algunas de las principales conexiones entre los registros mencionados, resultado de un análisis de las reglas de formación y de correspondencia entre los registros analítico y gráfico, y considerando en todo momento la presencia del registro de la lengua natural a través de las descripciones y designaciones nominales. Se utiliza como modelo para las representaciones gráficas, una curva sinusoidal, por la diversidad y riqueza de sus elementos.

Introducción

Uno de los conceptos básicos relacionados a la enseñanza y aprendizaje del cálculo es, sin duda, el concepto de función. Numerosas investigaciones en el campo de la Matemática Educativa han puesto de manifiesto que existen dificultades persistentes en los estudiantes, ligadas a la construcción de este concepto. Una de las grandes categorías de dificultades identificadas en las investigaciones tiene que ver con la articulación de los diferentes *registros de representación semiótica* (Duval, 1998) que nos permiten trabajar con funciones.

> "Estas dificultades han sido muy estudiadas.......especialmente las dificultades de traducción del registro gráfico al algebraico (Schoenfeld, Smith, Arcavi, 1990),......Además, las investigaciones han explicado cómo, en este dominio, las prácticas usuales de enseñanza, tendían a reforzar las dificultades por su manera de manejar las representaciones gráficas y el estatuto dado al razonamiento gráfico". (Artigue, 2000).

Este es un asunto de suma importancia, pues la posibilidad de movilizar y coordinar varios registros de representación semiótica en una situación dada es esencial, ya sea por economía en el tratamiento, o porque las representaciones en diferentes registros se complementan, o porque este recurso a varios registros se considera condición necesaria para la conceptualización.

Un aprendizaje basado en la coordinación de los registros

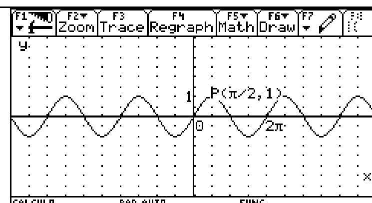
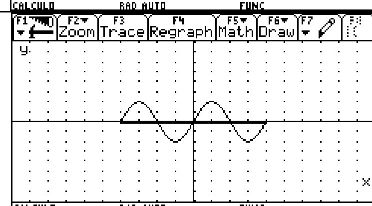
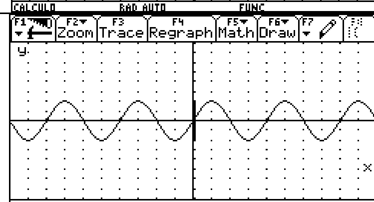
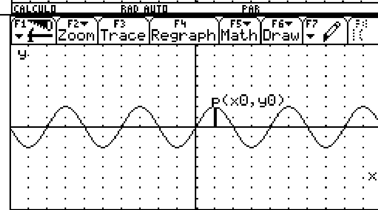
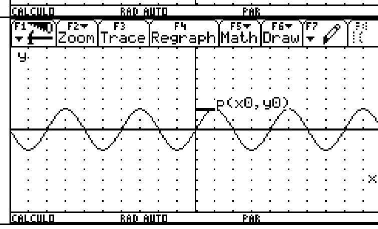
La coordinación de los diferentes registros de representación no se da de manera natural y espontánea en los estudiantes. Al respecto, Duval(1999) señala que

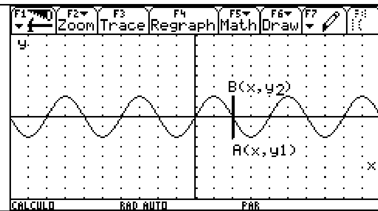
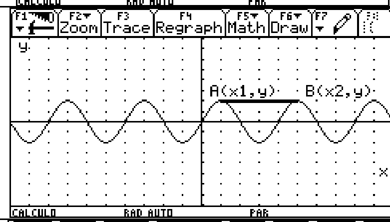
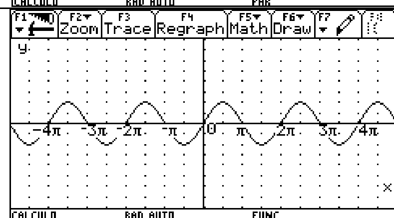
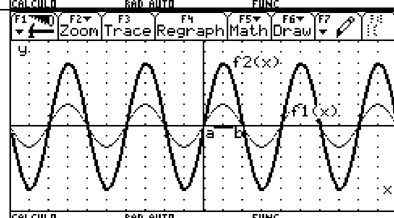
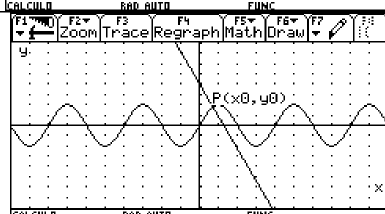
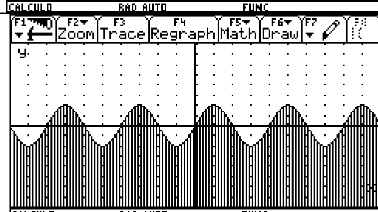
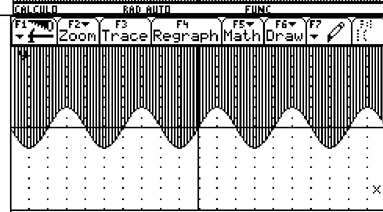
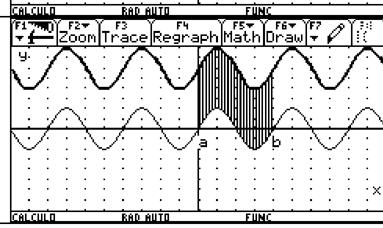
> "Un trabajo de aprendizaje específico centrado en la diversidad de los sistemas de representación, en la utilización de sus posibilidades propias, en su comparación por la puesta en correspondencia y en sus "traducciones" mutuas, parece ser lo necesario para favorecer tal coordinación".

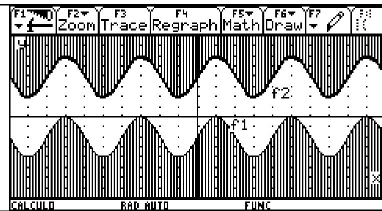
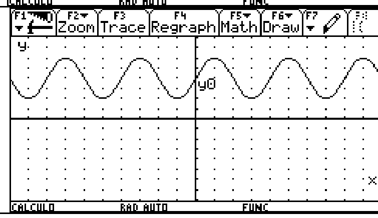
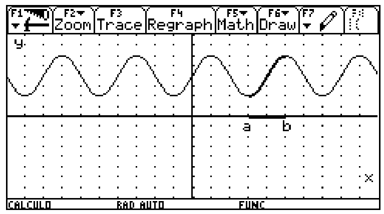
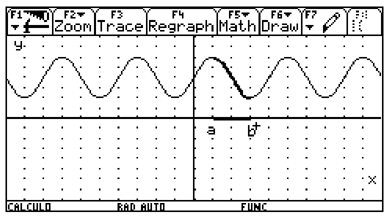
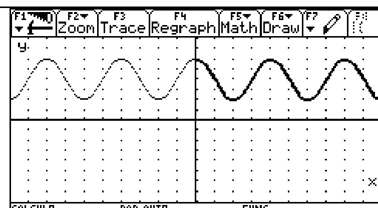
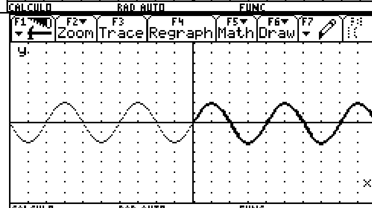
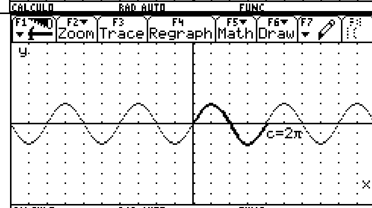
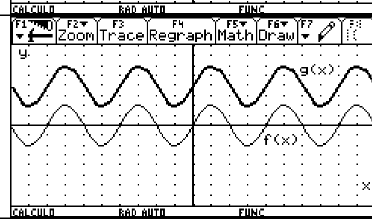
* Trabajo apoyado parcialmente por CONACyT. Clave del proyecto: 35522-S.

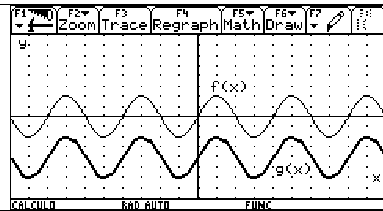
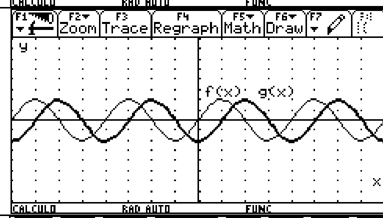
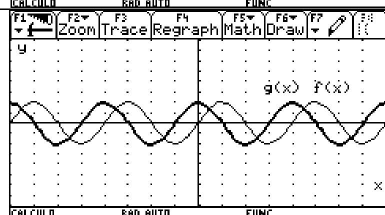
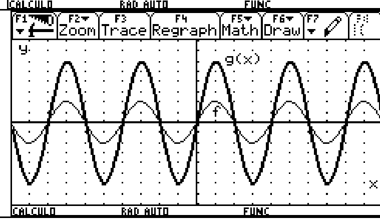
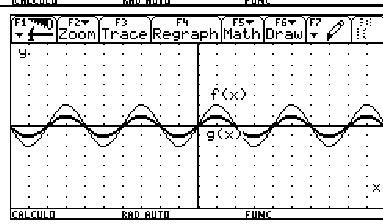
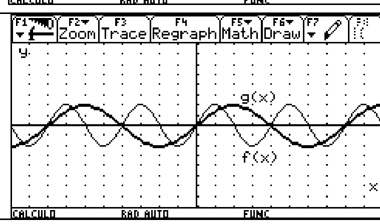
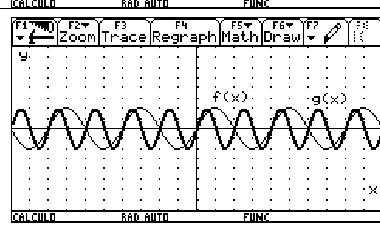
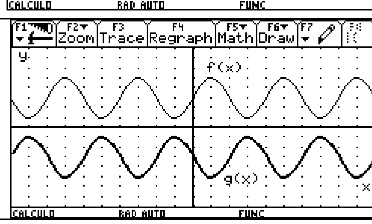
Con el propósito de aportar elementos para el diseño de una secuencia didáctica que favorezca la articulación de los registros gráfico y analítico, se hace un análisis de algunas de las principales conexiones entre ambos registros. En este trabajo se analizan solamente las *conexiones generales*, válidas para o aplicables a casi cualquier clase de función, aunque es obvio que también existen las *conexiones específicas*, inherentes a una clase particular de funciones. Se parte del hecho de que el conocimiento de las reglas de formación y de correspondencia de dos registros de representación semiótica es necesario, aunque no suficiente, para que ambos puedan ser movilizados y utilizados conjuntamente en una situación dada.

Como resultado de dicho análisis, no exhaustivo, se presenta la Tabla 1. Se utiliza como modelo en el registro gráfico, una curva sinusoidal, por ser rica en los elementos que se quieren mostrar. Cabe mencionar que el registro de la lengua natural está presente al momento de hacer descripciones o designaciones nominales, y éste necesariamente estará presente en una secuencia didáctica. La numeración de las conexiones es meramente formal y no implica ninguna relación de jerarquía entre ellas.

Registro de la Lengua Natural	Registro Gráfico	Registro Analítico
1. El punto (x_0, y_0) pertenece a la gráfica de la función *f(x)*. El valor de la función *f(x)* en x_0 es y_0 .		Se satisface la condición $y_0 = f(x_0)$
2. Proyección de la gráfica de *f(x)* sobre el eje de las *X*'s. Dominio de la función *f(x)*.		$\{ x \mid f(x)$ está definida$\}$
3. Proyección de la gráfica de *f(x)* sobre el eje de las *Y*'s. Rango de la función *f(x)*		$\{ y \mid f(x)=y$ para alguna x en el dominio de f$\}$
4. Distancia del punto (x_0, y_0) al eje de las *X*'s.		$\lvert y_0 \rvert$
5. Distancia del punto (x_0, y_0) al eje de las *Y*'s.		$\lvert x_0 \rvert$

6. Longitud del segmento vertical AB, donde A(x, y_1) y B(x, y_2).		$\lvert y_2 - y_1 \rvert$
7. Longitud del segmento horizontal AB, donde A(x_1, y) y B(x_2, y).		$\lvert x_2 - x_1 \rvert$
8. La gráfica de la función $f(x)$ corta el eje de las X's en x_0. La función tiene un cero en x_0.		Se satisface que $f(x_0)=0$.
9. La gráfica de $f_1(x)$ está por debajo de la gráfica de $f_2(x)$ en el intervalo (a, b).		$f_1(x) < f_2(x)$ si $a<x<b$
10. La gráfica de $f_1(x)$ y la de $f_2(x)$ se intersectan en el punto (x_0, y_0).		$y_0 = f_1(x_0) = f_2(x_0)$
11. El conjunto de puntos por debajo de la gráfica de $f(x)$.		$\{ (x ,y) \mid y < f(x) \}$
12. El conjunto de puntos por arriba de la gráfica de $f(x)$.		$\{(x ,y) \mid y > f(x)\}$
13. La región del plano comprendida entre las gráficas de $f_1(x)$ y $f_2(x)$ sobre el intervalo $[a, b]$.		$\{(x ,y) / f_1(x) < y < f_2(x), a \le x \le b \}$

14. El conjunto de puntos por debajo de $f_1(x)$ *o* por arriba de la gráfica de $f_2(x)$.		$\{(x, y) \mid y < f_1(x)$ *ó* $y > f_2(x)\}$
15. La gráfica de la función *f(x)* corta el eje de las *Y*'s en y_0. El valor de la función en 0 es y_0 .		Se satisface que $f(0)=y_0$.
16. El trazo de la gráfica sube cuando se recorre de izquierda a derecha sobre el intervalo [*a*, *b*]. La función es creciente en el intervalo [*a*, *b*].		Si $x_2>x_1$ y $x_1,x_2 \in [a, b]$ entonces $f(x_2)>f(x_1)$
17. El trazo de la gráfica baja cuando se recorre de izquierda a derecha sobre el intervalo [*a*, *b*]. La función es decreciente en el intervalo [*a*, *b*].		Si $x_2>x_1$ y $x_1,x_2 \in [a, b]$ entonces $f(x_2)<f(x_1)$
18. La gráfica de la función *f(x)* es simétrica con respecto al eje de las *Y*'s. La función es par.		Se satisface que $f(x) = f(-x)$.
19. La gráfica de la función *f(x)* es simétrica con respecto al origen. La función es impar.		Se satisface que $f(x)= -f(-x)$.
20. La función *f(x)* es periódica.		Existe un número c, tal que, $f(x)=f(x+c)$ para toda *x* en el dominio de la función.
21. Si c es un número positivo, la gráfica de *g(x)* se obtiene trasladando la gráfica de *f(x)*, c unidades hacia arriba.		$g(x)=f(x)+c$ c>0.

22. Si c es un número positivo, la gráfica de *g(x)* se obtiene trasladando la gráfica de *f(x)*, c unidades hacia abajo.		*g(x)=f(x)-c* c>0
23. Si c es un número positivo, la gráfica de *g(x)* se obtiene trasladando la gráfica de *f(x)*, c unidades hacia la derecha.		*g(x)=f(x-c)* c>0
24. Si c es un número positivo, la gráfica de *g(x)* se obtiene trasladando la gráfica de *f(x)*, c unidades hacia la izquierda.		*g(x)=f(x+c)* c>0
25. Si c es un número mayor que 1, la gráfica de *g(x)* se obtiene dilatando la gráfica de *f(x)*, c veces en dirección vertical.		*g(x)=cf(x)* c>1
26. Si c es un número mayor que 1, la gráfica de *g(x)* se obtiene contrayendo la gráfica de *f(x)*, c veces en dirección vertical.		$g(x)=\frac{1}{c}f(x)$ c>1
27. Si c es un número mayor que 1, la gráfica de *g(x)* se obtiene dilatando la gráfica de *f(x)*, c veces en dirección horizontal.		$g(x)=f\left(\frac{x}{c}\right)$ c>1
28. Si c es un número mayor que 1, la gráfica de *g(x)* se obtiene contrayendo la gráfica de *f(x)*, c veces en dirección horizontal.		$g(x)=f(cx)$ c>1
29. La gráfica de *g(x)* se obtiene reflejando la gráfica de *f(x)* respecto al eje de las X's.		$g(x)=-f(x)$

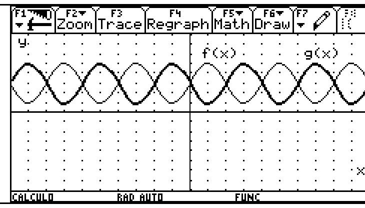
30. La gráfica de *g(x)* se obtiene reflejando la gráfica de *f(x)* respecto al eje de las Y's.		$g(x) = f(-x)$

Tabla 1. Algunas **c**onexiones entre los registros de la lengua natural, gráfico y analítico.

Consideraciones finales

En general, los diseños de enseñanza han privilegiado el aprendizaje de las reglas de formación y de tratamiento en uno o varios registros de representación, y se deja al estudiante la tarea de establecer las conexiones. Pero numerosos reportes de investigación ponen de manifiesto que la actividad cognitiva de conversión de una representación a otra, es la que más dificultades presenta para la mayoría de los alumnos. Y la actividad cognitiva de conversión aparece tan fundamental como las de formación y tratamiento, pues ésta es la que, finalmente, favorece la articulación de los registros de representación.

Referencias

Artigue, M. (2000). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué nos enseñan las investigaciones didácticas y los cambios curriculares?. En: *El futuro del cálculo infinitesimal,* R. Cantoral (Ed.), (pp. 93-115). Grupo Editorial Iberoamérica: México.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En: *Investigaciones en Matemática Educativa II*, F. Hitt (Ed.), (pp. 173-201). Grupo Editorial Iberoamérica: México

Duval, R. (1999) *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Cali: Universidad del Valle, Colombia

Schoenfeld, A., Smith, J. Arcavi, A. (1990). Learning: the microgenetic análisis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain. En: *Advances in Instructional Psychology*, Vol. 4, R. Glaser (Ed.),Hillsdale, N. J., Lawrence Erlbaum Associates.